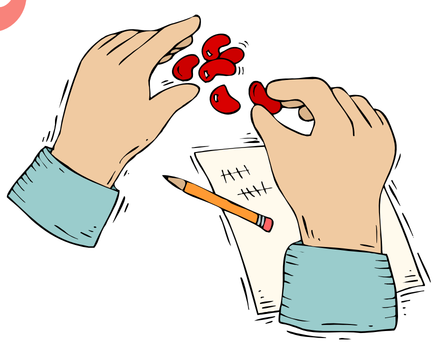
Bildungsstandards
für
die 8. Schulstufe

Arbeiten mit Zahlen und Maßen

Arbeiten mit Variablen und funktionalen Abhängigkeiten



Arbeiten mit statistischen Kenngrößen und Darstellungen

Arbeiten mit Figuren und Körpern

Band 1

Vorwort

Bildungsstandards sind ein Teilsystem der Steuerung von Bildungsprozessen, die in Österreich in letzter Zeit in der Bildungspolitik an Bedeutung gewonnen haben.
Anlässlich verschiedener Bildungsstudien, z.B. PISA-Studie, die gezeigt haben, dass das allgemeinbildende Bildungssystem international eine eher mittelmäßige Stellung einnimmt, wurden seitens des Unterrichtsministeriums bundesweit einheitliche Bildungsstandards entwickelt und verbindlich gemacht.
Das Erreichen von Standards kann in verschiedenen Formen, mit verschiedenen Instrumenten und zu verschiedenen Zwecken erhoben werden. Sie dienen zur Sicherung und Weiterentwicklung der Qualität des Unterrichts und der Schule. Die vorliegenden Standards beschreiben die einzelnen Kompetenzen, die SchülerInnen bis zum Ende der 8. Schulstufe entwickeln sollen. Sie sollen ihnen nachhaltig über die Schule hinaus zur Verfügung stehen.
Band 1 (Mathematik), **Band 2** (Deutsch) und **Band 3** (Englisch) sollen den LehrerInnen der 8. Schulstufe als Hilfestellung dienen.
Überprüfungsblätter im Anhang dienen einerseits LehrerInnen und Eltern zur Kontrolle, andererseits können SchülerInnen jedes einzelne Aufgabengebiet selbst überprüfen und so feststellen, wo sie Defizite haben.
Mein besonderer Dank gilt dem Verleger Erwin Schwarzinger, der es mir ermöglichte, über den „Waldviertler Lehrmittelverlag“ die Arbeitsbände zu veröffentlichen.

Impressum:

Titel: Bildungsstandards für die 8. Schulstufe (**Band 1** – Mathematik)
Autor und Lektorat: Roman Wielander, St. Martin 51, A-3971 St. Martin, Tel. +43 (0) 676/9611861; E-Mail: roman.wielander@gmx.at, Produktion: Waldviertler Lehrmittelverlag, A-3910 Zwettl, Syrafeld 20, www.lernen.at; Grafiken: Roman Wielander; Satz und Layout: Roman Wielander; Verlag: Waldviertler Lehrmittelverlag, E. Schwarzinger, A-3910 Zwettl, Syrafeld 20, Tel. +43/(0)2822/53535-0, Fax DW: 4, E-Mail: wlv@lernen.at, www.lernen.at; Urheber- und Leistungsschutzrechte: Roman Wielander © Jänner 2009 bei Waldviertler Lehrmittelverlag, E. Schwarzinger; ISBN 978-3-901777-99-7; 4. Auflage 2016,

Inhaltsverzeichnis

Bildungsstandards – Mathematik
8. Schulstufe

Inhaltsbereich 2: Arbeiten mit Variablen und funktionalen Abhängigkeiten

Einleitung

Die mathematischen Kompetenzen

Sie beschreiben jene Bereiche (drei an der Zahl), die SchülerInnen bis zum Ende der 8. Schulstufe entwickeln und längerfristig verfügbar haben sollten.

1. Handlungsbereiche

Für die mathematischen Standards wurden die folgenden vier Tätigkeitsbereiche erarbeitet und festgehalten:

H1	**Darstellen, Modellbilden**	Darstellen bedeutet, dass Sachverhalte mathematisch anders repräsentiert werden sollen. Das Modellbilden erfordert zusätzlich, mathematische Beziehungen zu erkennen und diese dann darzustellen. Hier sollen Annahmen getroffen oder Vereinfachungen vorgenommen werden. **Beispiele:** ❖ einen gegebenen Sachverhalt in eine andere Darstellungsform übertragen (tabellarisch, grafisch,…) ❖ Zeichnungen einfacher geometrischer Figuren anfertigen (mit Lineal oder als Freihandskizze) ❖ mathematische Zusammenhänge bestätigen und darstellen ❖ geeignete mathematische Mittel (Begriffe, Modelle, Darstellungsformen) und Lösungswege auswählen ❖ aus bekannten Modellen neue Modelle entwickeln (modulare Arbeiten) ❖ alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache der Mathematik übersetzen
H2	**Rechnen, Operieren**	Rechnen meint einerseits die Durchführung von Rechenoperationen mit konkreten Zahlen, andererseits die Umformung symbolisch dargestellter Sachverhalte. Unter dem Begriff „Operieren" versteht man die Planung sowie die korrekte und sinnvolle Durchführung von Rechen- oder Konstruktionsabläufen. Dazu gehören auch geometrische Konstruktionen und das Arbeiten mit Tabellen und Grafiken. **Beispiele:** ❖ elementare Rechenoperationen durchführen, Potenzieren, Wurzel ziehen

H2	**Rechnen, Operieren**	**Beispiele:** ❖ Maßeinheiten umrechnen ❖ in Formeln Zahlen einsetzen, Werte berechnen ❖ Gleichungen und Ungleichungen lösen ❖ Ergebnisse abschätzen, sinnvoll runden, Näherungswerte bestimmen ❖ mit und in Tabellen oder Grafiken rechnen ❖ geometrische Konstruktionen durchführen
H3	**Interpretieren**	Aus mathematischen Darstellungen sollen Fakten, Zusammenhänge oder Sachverhalte erkannt und dargestellt werden. Weiters sollen die Beziehungen und Sachverhalte gedeutet werden können. **Beispiele:** ❖ aus Tabellen und Grafiken Werte ablesen und deuten ❖ tabellarisch, grafisch oder symbolische Zusammenhänge beschreiben und deuten ❖ Zusammenhänge und Strukturen in Termen und Formeln erkennen und deuten ❖ Rechenergebnisse in Kontexten deuten ❖ tabellarische, grafische oder auch symbolische Rechendarstellungen angemessen deuten
H4	**Argumentieren, Begründen**	Beim Argumentieren werden mathematische Aspekte auf eine bestimmte Sichtweise, die für oder gegen etwas sprechen, untersucht. Dies erfordert eine genaue Verwendung von Regeln und Eigenschaften. Das Begründen verlangt bestimmte Schlussfolgerungen und Entscheidungen bei mathematischen Beispielen. **Beispiele:** ❖ Argumente nennen, die für oder gegen die Verwendung eines bestimmten mathematischen Begriffs oder eines Lösungsweges sprechen ❖ Vermutungen formulieren und begründen ❖ Zusammenhänge (Formeln, Sätze) herleiten oder beweisen ❖ richtige oder falsche mathematische Argumentationen bzw. Begründungen erkennen ❖ begründen, warum eine Argumentation oder Begründung zutreffend bzw. unzutreffend ist

2. Inhaltsbereiche

Sie wurden unter der Berücksichtigung des derzeitigen Lehrplanes ausgewählt und zu folgenden vier Bereichen zusammengefasst:

I1	**Zahlen und Maße**	Verschiedene Zahlen und Maße sollen praxisnahe Anwendung finden. **Lehrstoff:** ➢ natürliche, ganze, rationale und irrationale Zahlen ➢ Bruch- und Dezimaldarstellung rationaler Zahlen, Potenzschreibweise, Wurzeln ➢ Rechenoperationen, Rechengesetze und –regeln ➢ Anteile, Prozente, Zinsen ➢ Maßeinheiten – für Längen, Flächen, Volumina, Massen, Zeiten und zusammengesetzte Größen
I2	**Variable, funktionale Abhängigkeiten**	Variable, Terme und (Un-)Gleichungen, funktionale Abhängigkeiten sollen unterschiedlich dargestellt werden. **Lehrstoff:** ➢ Variable und Terme ➢ einfache Gleichungen (auch Formeln) und Ungleichungen ➢ lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen ➢ tabellarische, grafische und symbolische Darstellung funktionaler Zusammenhänge ➢ lineare Funktionen ➢ direkte und indirekte Proportionalität
I3	**Geometrische Figuren und Körper**	Das Erlernen grundlegender geometrischer Begriffe, einfacher Figuren und Körper und deren Eigenschaften und Darstellung (Zeichnung, Konstruktion) steht im Vordergrund. **Lehrstoff:** ➢ Punkt, Gerade, Ebene, Strecke, Winkel, Parallele, Normale ➢ Symmetrie, Ähnlichkeit ➢ Dreiecke, Vierecke, Kreis ➢ Würfel, Quader, Prismen, Pyramiden, Zylinder, Kegel, Kugel ➢ Satz des Pythagoras ➢ Umfangs-, Flächen-, Oberflächen- und Volumsformeln
I4	**Statistische Darstellungen und Kenngrößen**	Statistische Daten sollen tabellarisch und grafisch dargestellt werden können. **Lehrstoff:** ➢ tabellarische Darstellung statistischer Daten

I4	**Statistische Darstellungen und Kenngrößen**	**Lehrstoff:** ➢ Stab-, Kreis-, Streifen-, Linien-, Streudiagramm, Piktogramm ➢ absolute und relative Häufigkeiten ➢ arithmetisches Mittel, Median, Quartile ➢ Spannweite, Interquartilabstand

3. Komplexitätsbereiche

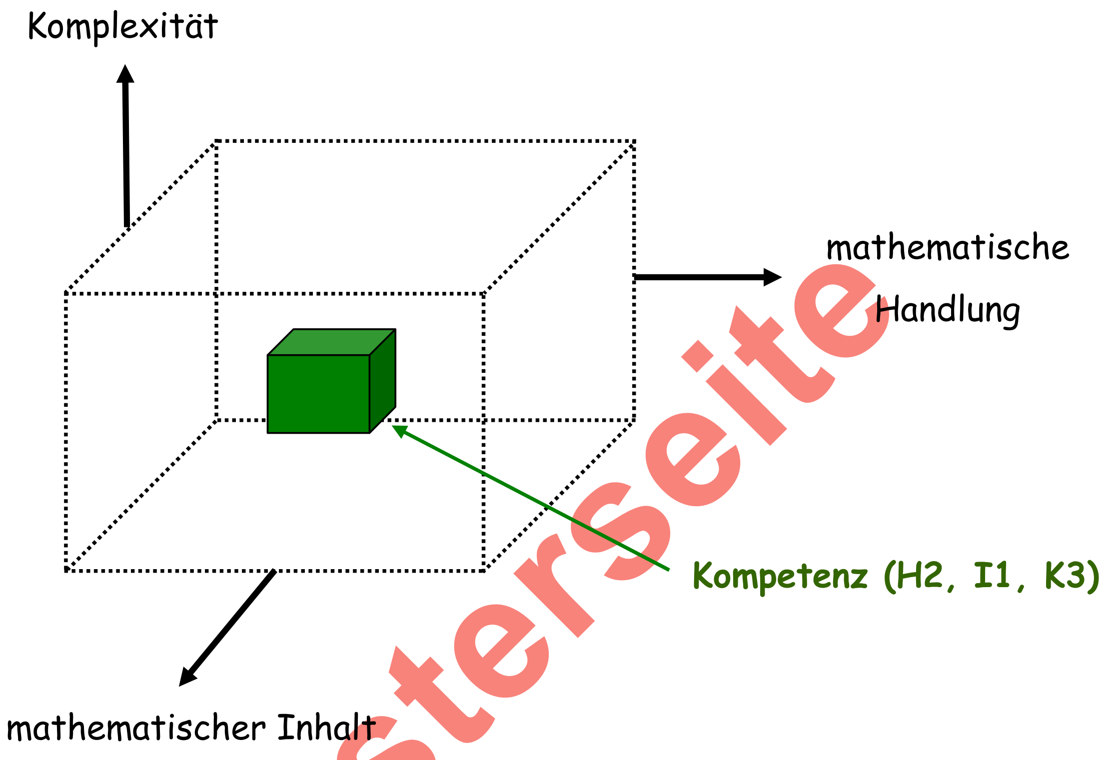
Mathematische Problemstellungen können einerseits lediglich die direkte Anwendung eines Begriffes erfordern (leicht), andererseits eine Kombination und Vernetzung mehrerer mathematischer Begriffe verlangen (schwierig). Die Anforderungen der Rechnungen umfassen drei Bereiche:

K1	**Einsetzen von Grundkenntnissen u. –fertigkeiten** **(= GERINGE KOMPLEXITÄT)**	Darunter versteht man die Wiedergabe oder direkte Anwendung von grundlegenden mathematischen Begriffen, Sätzen, Verfahren und Darstellungen. Mathematisches Wissen und Können ist direkt aus dem Text erkenn- und anwendbar. Aus diesem Grund erfordern die mathematischen Fertigkeiten bzw. Kenntnisse eine geringe Komplexität.
K2	**Herstellen von Verbindungen** **(= MITTLERE KOMPLEXITÄT)**	Wenn mathematische Sachverhalte und deren Problemlösungen komplexer sind, müssen Verbindungen (Begriffe, Sätze, Verfahren, Darstellungsformen) aus verschiedenen mathematischen Gebieten hergestellt werden.
K3	**Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren** **(= HÖHERE KOMPLEXITÄT)**	Hier ist das Nachdenken über Zusammenhänge erforderlich, die nicht unmittelbar aus dem dargelegten mathematischen Sachverhalt ablesbar sind. Dazu gehören z.B. Lösungswege und Alternativen, Vor- und Nachteile von Darstellungsformen, Grenzen von Modellen, Nachdenken über Interpretationen und Begründungen. All diese Beispiele sollen durch Dokumentationen von Lösungswegen sichtbar gemacht werden.

Mathematische Kompetenzen

(Modelldarstellung)

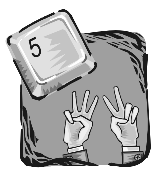
Sie beziehen sich auf mathematische Tätigkeiten (= Handlungen), auf mathematische Inhalte und auf die Art der Komplexität (Grad der Vernetzung zu anderen Bereichen)



Beispiel: Eine Kompetenz ist die Fähigkeit zur Erklärung (Handlungsbereich = H) von mathematischen Darstellungen des Sachverhaltes (Inhaltsbereich = I), wobei mehrere Fakten und Zusammenhänge in Verbindung gebracht werden müssen (Komplexitätsbereich = K)

Handlungsbereich – H

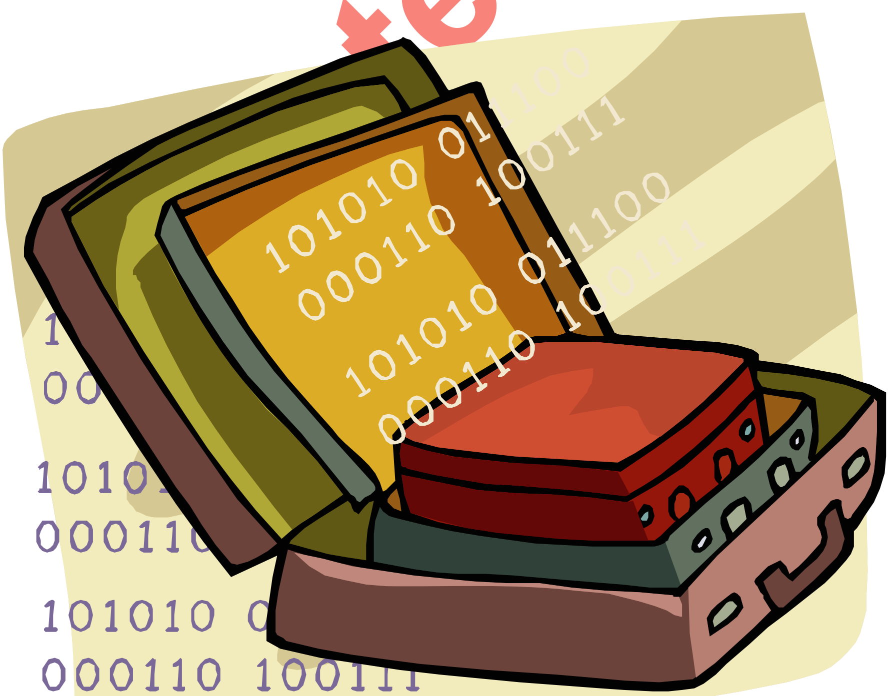
Inhaltsbereich – I



Komplexitätsbereich – K

Arbeitsaufgaben
zum
Inhaltsbereich

Arbeiten mit Zahlen und Maßen



Lehrstoff

Arbeiten mit Zahlen und Maßen

5. Schulstufe (= 1. Klasse)

Die Schüler sollen …

- Kenntnisse und Fähigkeiten im Umgang mit natürlichen Zahlen vertiefen, dabei auch große natürliche Zahlen verwenden und mehrstellige Multiplikationen und Divisionen durchführen können.
- mit Maßen rechnen.
- anhand von Teilern und Vielfachen Einblicke in Zusammenhänge zwischen natürlichen Zahlen gewinnen.
- Vorstellungen mit positiven rationalen Zahlen verbinden.
- mit der Darstellung in Dezimal- und Bruchschreibweise vertraut sein.
- mit den positiven rationalen Zahlen Rechnungen mit leicht abschätzbaren Ergebnissen durchführen und zur Lösung von Problemen in Sachsituationen vielfältig anwenden können.
- grundlegende Sicherheit im Kopfrechnen gewinnen.
- elektronische Rechenhilfsmittel einsetzen können.
- Kenntnisse über Umkehroperationen erweitern.
- die Regeln über die Reihenfolge von Rechenoperationen, einschließlich der Klammerregeln, anwenden können.

6. Schulstufe (= 2. Klasse)

Die Schüler sollen …

- das Arbeiten mit positiven rationalen Zahlen festigen und vertiefen, um vielfältige und komplexere Probleme in Sachsituationen bearbeiten zu können.
- mit Brüchen rechnen, damit die Rechenregeln im Hinblick auf die Algebra sicher beherrscht werden.
- diese Rechenregeln für das Bruchrechnen begründen können.
- Bruchdarstellungen in Dezimaldarstellungen überführen und umgekehrt anwenden können.

6. Schulstufe (= 2. Klasse) – Fortsetzung

Die Schüler sollen …

- wichtige Teilbarkeitsregeln kennen und anwenden können.
- mit Prozenten in vielfältigen Zusammenhängen rechnen.
- Maße verwenden und Umwandlungen durchführen können.

7. Schulstufe (= 3. Klasse)

Die Schüler sollen …

- rationale Zahlen in verschiedenen Formen deuten können (als Zustände gegenüber einem Nullpunkt/als Punkte auf einer Zahlengeraden).
- „Kleiner und Größer“ – Beziehungen erkennen und beschreiben.
- rationale Zahlen für Darstellungen in Koordinatensystemen verwenden können.
- die vier Grundrechnungsarten vermischen und derart entstehende Terme auch mit elektronischen Rechenhilfsmitteln berechnen können.
- Sicherheit im Kopfrechnen gewinnen.
- Potenzschreibweise kennen und anwenden können.
- Zahlen, vor allem in Sachsituationen, unter Verwendung von Zehnerpotenzen darstellen können.

8. Schulstufe (= 4. Klasse)

Die Schüler sollen …

- durch zusammenfassendes Betrachten das Zahlenverständnis vertiefen.
- anhand einfacher Beispiele erkennen, dass es Rechensituationen gibt, die nicht mithilfe der rationalen Zahlen lösbar sind.
- Näherungswerte oder Schranken für irrationale Zahlen auch unter Verwendung elektronischer Hilfsmittel angeben können.
- bei Anwendungen Überlegungen zur sinnvollen Genauigkeit anstellen.

Titel: Den richtigen Lösungsweg finden

Mathematische Kompetenzen

		Beispiel 1	Beispiel 2
1. Zahlen und Maße		I1	I1
2. Operieren und Rechnen		H2	H2
3. Grundkenntnisse und -fertigkeiten		K1	K1

Der Kern der beiden Aufgaben liegt auf der korrekten Anwendung von Rechenregeln und Rechengesetzen für Grundrechenoperationen bei der Planung und Durchführung von Rechenabläufen.

Beispiel 1:

Folgende Aufgabe ist zu lösen:

$$1489 - 63 \cdot 13 - 377 \div 28 =$$

Klaus, Pia, Hannah, Jörg und Birgit wählen unterschiedliche Wege zur Berechnung des Ergebnisses. Entscheide für jeden der fünf beschriebenen Lösungswege, ob er zum richtigen Ergebnis führt oder nicht! Wer von den oben genannten Personen hat den einfachsten Lösungsweg gefunden?

Hilfsmittel: keine
Ziel: Die Lösung wird von den SchülerInnen aller Leistungsgruppen erwartet.

Beispiel 2:

Folgende Aufgabe ist zu lösen:

$$3690 \div (345 - 12 \cdot 9) + (7183 - 2459 \div 27) \cdot 15 =$$

Franz, Claudia, Fanny und Hubert wählen unterschiedliche Wege zur Berechnung des Ergebnisses. Entscheide für jeden der vier beschriebenen Lösungswege, ob er zum richtigen Ergebnis führt oder nicht! Wer von den oben genannten Personen hat den einfachsten Lösungsweg gefunden?

Hilfsmittel: keine
Ziel: Die Lösung wird von den SchülerInnen der 1. und 2. Leistungsgruppe erwartet.

Komplexitätsstufen:
Aufgabe 1: mittel; Aufgabe 2: höher

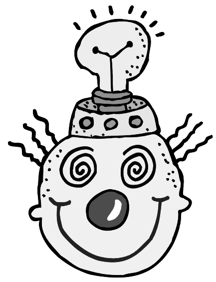
Beispiel 1:

	Aufgabe	richtig	falsch	einfachster Lösungsweg
A	**Klaus:** Zuerst ziehe ich von der Zahl 1489 die Zahl 63 ab. Anschließend multipliziere ich mit 13. Dann rechne ich 377 : 28, das Ergebnis subtrahiere ich von der errechneten Zahl.			
B	**Pia:** Ich rechne zuerst $63 \cdot 13$ und dann 377 : 28. Die beiden Ergebnisse zähle ich zusammen und ziehe sie anschließend von 1489 ab.			
C	**Hannah:** Ich subtrahiere zuerst 63 von 1489 und multipliziere dieses Ergebnis mit 13. Danach ziehe ich 377 ab. Anschließend dividiere ich die neue Zahl durch 28.			
D	**Jörg:** Am Anfang rechne ich $63 \cdot 13$ und ziehe das Ergebnis dieser Multiplikation von 1489 ab. Von dieser errechneten Zahl subtrahiere ich das Ergebnis der Division von 377 : 28.			
E	**Birgit:** Ich dividiere zuerst 377 : 28 und ziehe das Ergebnis von 1489 ab. Im Anschluss multipliziere ich die Zahl 63 mit 13. Die errechnete Zahl wird vom ersten Ergebnis subtrahiert.			

Beispiel 1:

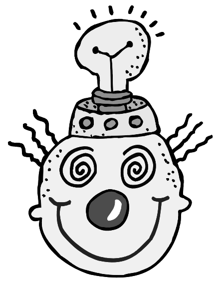
	Aufgabe	richtig	falsch	einfachster Lösungsweg
A	**Klaus:** Zuerst ziehe ich von der Zahl 1489 die Zahl 63 ab. Anschließend multipliziere ich mit 13. Dann rechne ich 377 : 28, das Ergebnis subtrahiere ich von der errechneten Zahl.		X	
B	**Pia:** Ich rechne zuerst $63 \cdot 13$ und dann 377 : 28. Die beiden Ergebnisse zähle ich zusammen und ziehe sie anschließend von 1489 ab.	X		X
C	**Hannah:** Ich subtrahiere zuerst 63 von 1489 und multipliziere dieses Ergebnis mit 13. Danach ziehe ich 377 ab. Anschließend dividiere ich die neue Zahl durch 28.		X	
D	**Jörg:** Am Anfang rechne ich $63 \cdot 13$ und ziehe das Ergebnis dieser Multiplikation von 1489 ab. Von dieser errechneten Zahl subtrahiere ich das Ergebnis der Division von 377 : 28.	X		
E	**Birgit:** Ich dividiere zuerst 377 : 28 und ziehe das Ergebnis von 1489 ab. Im Anschluss multipliziere ich die Zahl 63 mit 13. Die errechnete Zahl wird vom ersten Ergebnis subtrahiert.	X		

Beispiel 2:



	Aufgabe	richtig	falsch	einfachster Lösungsweg
A	**Franz:** Ich rechne zuerst $12 \cdot 9$, dann ziehe ich diese Zahl von 345 ab. Anschließend prüfe ich, wie oft das Ergebnis in 3690 enthalten ist. In der Folge rechne ich 2459 : 27, dieses Ergebnis subtrahiere ich von 7183 und multipliziere im Anschluss mit der Zahl 15. Zum Schluss addiere ich das erste Ergebnis mit dem zweiten.			
B	**Claudia:** Zuerst zähle ich 12 von 345 weg und multipliziere dann mit 9. Dieses Ergebnis dividiere ich durch 3690. In der weiteren Folge subtrahiere ich 2459 von 7183 und teile die Zahl durch 27. Anschließend zähle ich die beiden Ergebnisse zusammen und multipliziere mit der Zahl 15.			
C	**Fanny:** Ich berechne am Anfang die beiden Klammern unter Berücksichtigung der korrekten Rechenregeln (Punkt- vor Strichrechnung). Danach überprüfe ich, wie oft das Ergebnis der ersten Klammer in 3690 enthalten ist und multipliziere das Ergebnis der zweiten Klammer mit 15. Zum Schluss zähle ich beide Zahlen zusammen.			
D	**Hubert:** Anfangs dividiere ich 3690 : 345 und ziehe dann das Produkt aus 12 x 9 ab. Weiters addiere ich die Zahl 7183 und subtrahiere das Ergebnis der Division von 2459 : 27. Diese Zahl multipliziere ich zum Schluss mit 15.			

Beispiel 2:



	Aufgabe	richtig	falsch	einfachster Lösungsweg
A	**Franz:** Ich rechne zuerst $12 \cdot 9$, dann ziehe ich diese Zahl von 345 ab. Anschließend prüfe ich, wie oft das Ergebnis in 3690 enthalten ist. In der Folge rechne ich 2459 : 27, dieses Ergebnis subtrahiere ich von 7183 und multipliziere im Anschluss mit der Zahl 15. Zum Schluss addiere ich das erste Ergebnis mit dem zweiten.	X		X
B	**Claudia:** Zuerst zähle ich 12 von 345 weg und multipliziere dann mit 9. Dieses Ergebnis dividiere ich durch 3690. In der weiteren Folge subtrahiere ich 2459 von 7183 und teile die Zahl durch 27. Anschließend zähle ich die beiden Ergebnisse zusammen und multipliziere mit der Zahl 15.		X	
C	**Fanny:** Ich berechne am Anfang die beiden Klammern unter Berücksichtigung der korrekten Rechenregeln (Punkt- vor Strichrechnung). Danach überprüfe ich, wie oft das Ergebnis der ersten Klammer in 3690 enthalten ist und multipliziere das Ergebnis der zweiten Klammer mit 15. Zum Schluss zähle ich beide Zahlen zusammen.	X		X
D	**Hubert:** Anfangs dividiere ich 3690 : 345 und ziehe dann das Produkt aus 12 x 9 ab. Weiters addiere ich die Zahl 7183 und subtrahiere das Ergebnis der Division von 2459 : 27. Diese Zahl multipliziere ich zum Schluss mit 15.		X	

Titel: Terme

Mathematische Kompetenzen

		Beispiel 1	Beispiel 2
1. Arbeiten mit Variablen und funktionalen Abhängigkeiten		I2	I2
2. Rechnen und Operieren		H2	H2
3. Grundkenntnisse und -fertigkeiten		K1	K1

Beispiel 1:

Aufgabenstellung

Vereinfache folgende Terme:

a) $(15a - 7b) - (8a - 3b) =$
b) $(22x + 10y) - (10x - 5y) + (16x - 9y) =$
c) $(13u - 5v + 8w) - (3u - 17v + 2w) - (6u - v + 11w) =$

Hilfsmittel: keine
Ziel: Die Lösung wird von den SchülerInnen aller Leistungsgruppen erwartet.

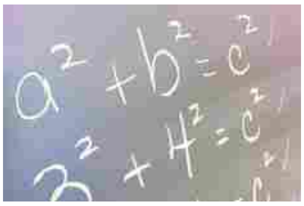
Beispiel 2:

Aufgabenstellung

a) Vereinfache den Term! Führe eine Probe mit a = 2 und b = 3 aus!
$$3a - 4b - \{9b - 5 - [8a + 2b - 7 - (6a - 5b + 3)]\} =$$
b) Vereinfache den Term und ordne nach fallenden Potenzen der Variable a!
Führe anschließend eine Probe durch!
$$3a^2b - \{ab^2 - [a^3 + 5a^2b - (2a^3 + 3ab^2)]\} =$$
Probe: $a = 3$, $b = 2$

Hilfsmittel: keine
Ziel: Die Lösung wird von den SchülerInnen der 1. und 2. Leistungsgruppe erwartet.

Komplexitätsstufen:
Aufgabe 1: niedriger, Aufgabe 2: höher



Beispiel 1:

a) $(15a - 7b) - (8a - 3b) =$

---

b) $(22x + 10y) - (10x - 5y) + (16x - 9y) =$

---

c) $(13u - 5v + 8w) - (3u - 17v + 2w) - (6u - v + 11w) =$

Beispiel 2:

a) $3a - 4b - \{9b - 5 - [8a + 2b - 7 - (6a - 5b + 3)]\} =$

Probe: $a = 2$, $b = 3$
Angabe:

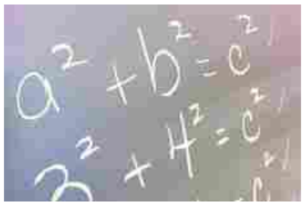
Ergebnis:

---

b) $3a^2b - \{ab^2 - [a^3 + 5a^2b - (2a^3 + 3ab^2)]\} =$

Probe: $a = 3$, $b = 2$
Angabe:

Ergebnis:



Beispiel 1:

a) $(15a - 7b) - (8a - 3b) =$

Lösung:

$15a - 7b - 8a + 3b =$ **$7a - 4b$**

b) $(22x + 10y) - (10x - 5y) + (16x - 9y) =$

Lösung:

$22x + 10y - 10x + 5y + 16x - 9y =$ **$28x + 6y$**

c) $(13u - 5v + 8w) - (3u - 17v + 2w) - (6u - v + 11w) =$

Lösung:

$13u - 5v + 8w - 3u + 17v - 2w - 6u + v - 11w =$ **$4u + 13v - 5w$**

Beispiel 2:

a) $3a - 4b - \{9b - 5 - [8a + 2b - 7 - (6a - 5b + 3)]\} =$

Lösung:

$3a - 4b - \{9b - 5 - [8a + 2b - 7 - 6a + 5b - 3]\} =$

$3a - 4b - \{9b - 5 - 8a - 2b + 7 + 6a - 5b + 3\} =$

$3a - 4b - 9b + 5 + 8a + 2b - 7 - 6a + 5b - 3 =$ **$5a - 6b - 5$**

Probe: $a = 2$, $b = 3$

Angabe:

$3 \cdot 2 - 4 \cdot 3 - \{9 \cdot 3 - 5 - [8 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 7 - (6 \cdot 2 - 5 \cdot 3 + 3)]\} =$

$= 6 - 12 - \{27 - 5 - [16 + 6 - 7 - (12 - 15 + 3)]\} = -6 - \{22 - [15 - 0]\} = -6 - \{22 - 15\} =$

$= -6 - \{7\} =$ **-13**

Ergebnis:

$5 \cdot 2 - 6 \cdot 3 - 5 = 10 - 18 - 5 =$ **-13**

b) $3a^2b - \{ab^2 - [a^3 + 5a^2b - (2a^3 + 3ab^2)]\} =$

Lösung:

$3a^2b - \{ab^2 - [a^3 + 5a^2b - 2a^3 - 3ab^2]\} =$

$3a^2b - \{ab^2 - a^3 - 5a^2b + 2a^3 + 3ab^2\} =$

$3a^2b - ab^2 + a^3 + 5a^2b - 2a^3 - 3ab^2 =$ **$-a^3 + 8a^2b - 4ab^2$**

Probe: $a = 3$, $b = 2$

Angabe:

$3 \cdot 3^2 \cdot 2 - \{3 \cdot 2^2 - [3^3 + 5 \cdot 3^2 \cdot 2 - (2 \cdot 3^3 + 3 \cdot 3 \cdot 2^2)]\} =$

$= 54 - \{12 - [27 + 90 - (54 + 36)]\} = 54 - \{12 - [27]\} = 54 - \{-15\} = 54 + 15 =$ **69**

Ergebnis:

$-3^3 + 8 \cdot 3^2 \cdot 2 - 4 \cdot 3 \cdot 2^2 =$

$= -27 + 144 - 48 =$ **69**

Titel: Binomische Formel

Mathematische Kompetenzen

		Beispiel 1
1. Arbeiten mit Variablen und funktionalen Abhängigkeiten		I2
2. Argumentieren und Begründen		H4
3. Reflexionswissen, Reflektieren		K3

Beispiel 1:

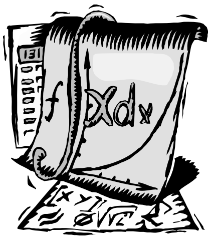
Aufgabenstellung

Wähle eine beliebige natürliche Zahl!
Bilde die Summe dieser Zahl und ihres Nachfolgers! Subtrahiere vom Quadrat des Nachfolgers das Quadrat der Zahl!
Führe die Anweisung mit verschiedenen, selbst gewählten Zahlen durch!
Was fällt dir auf?
Beweise die Vermutung allgemein!

Fasse sowohl die Angabe als auch die Lösung in einem Gespräch zwischen zwei SchülerInnen zusammen! Das Gespräch soll ein mathematisches Rätsel beinhalten.

Hilfsmittel: keine
Ziel: Die Lösung wird von den SchülerInnen der 1. Leistungsgruppe erwartet.

Komplexitätsstufe:
Aufgabe 1: höher



Beispiel 1:

Beispiele:

beliebige natürliche Zahl: **x** = ______ Nachfolger dieser Zahl: __________ **Gleichung 1:** Quadrat des Nachfolgers: _____________ Quadrat der Zahl: ________ **Gleichung 2:**	beliebige natürliche Zahl: **x** = ______ Nachfolger dieser Zahl: __________ **Gleichung 1:** Quadrat des Nachfolgers: _____________ Quadrat der Zahl: ________ **Gleichung 2:**

Beweis (allgemein gültig):

beliebige natürliche Zahl: ______
Nachfolger dieser Zahl: _______

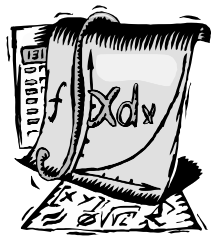
Gleichung 1:

____

Quadrat des Nachfolgers: ________
Quadrat der Zahl: ________

Gleichung 2:

Erläuterung:



Beispiel 1:

Beispiele:

beliebige natürliche Zahl: **$x = 2$** Nachfolger dieser Zahl: $2 + 1 = 3$ **Gleichung 1:** $x + (x + 1) =$ $2 + (2 + 1) = 2 + 3 =$ **5** Quadrat des Nachfolgers: $(2 + 1)^2 = 9$ Quadrat der Zahl: $2^2 = 4$ **Gleichung 2:** $(x + 1)^2 - x^2 =$ $(2^2 + 2 \cdot 2 + 1) - 2^2 =$ **5**	beliebige natürliche Zahl: **$x = 5$** Nachfolger dieser Zahl: $5 + 1 = 6$ **Gleichung 1:** $x + (x + 1) =$ $5 + (5 + 1) = 5 + 6 =$ **11** Quadrat des Nachfolgers: $(5 + 1)^2 = 36$ Quadrat der Zahl: $5^2 = 25$ **Gleichung 2:** $(5 + 1)^2 - 5^2 =$ $(5^2 + 2 \cdot 5 + 1) - 5^2 =$ **11**

Beweis (allgemein gültig):

beliebige natürliche Zahl: x
Nachfolger dieser Zahl: $x + 1$

Gleichung 1:
$x + (x + 1) =$ **$2x + 1$**

Quadrat des Nachfolgers: $(x + 1)^2$
Quadrat der Zahl: x^2

Gleichung 2:
$(x + 1)^2 - x^2 =$
$(x^2 + 2x + 1) - x^2 =$
$2x + 1$

Erläuterung:

Titel: Pausengetränke

Mathematische Kompetenzen

Beispiel 1

1.Statistische Darstellungen und Kenngrößen  **I4**

2. Darstellen und Modellbilden, Interpretieren und Dokumentieren  **H1/H3**

3. Herstellen von Verbindungen, Reflexionswissen, Reflektieren  **K2/K3**

Beispiel 1:

Aufgabenstellung:

In einer großen Firma wurden Frauen und Männer nach ihren bevorzugten Pausengetränken befragt. Sie durften nur eine der angeführten Möglichkeiten ankreuzen.
Die Auswertung unter den 625 befragten Personen führte zu folgender Häufigkeitstabelle:

Kaffee	Coca-Cola	Fanta	Sprite	Tee
161	79	52	28	71

Milch	Saft	Sonstiges
37	142	55

Phase 1:
Die Daten sollen auf verschiedene Art und Weise in Gruppen dargestellt werden (ohne Computer).

a) Gruppe 1: Säulen- oder Stabdiagramm
b) Gruppe 2: Blockdiagramm
c) Gruppe 3: Piktogramm
d) Gruppe 4: Kreisdiagramm

Phase 2:
Jede der Gruppen stellt vor der Klasse seine Darstellungsform vor und gibt eine Erklärung dazu ab.

Hilfsmittel: Taschenrechner, Bleistift, Buntstifte und Lineal
Ziel: Die Lösung wird von den SchülerInnen der 1. und 2. Leistungsgruppe erwartet.

Komplexitätsstufe:
Aufgabe 1: mittel

Gruppe 1: Säulen- oder Stabdiagramm

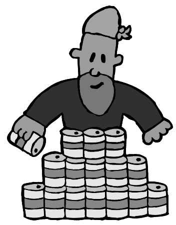
Mit einem Säulen- oder Stabdiagramm werden oft **die absoluten Häufigkeiten** dargestellt. Die grafische Darstellung erfolgt mithilfe von beliebig breiten Rechtecken (die Höhe hängt von der absoluten Häufigkeit der Merkmalswerte ab!).
Achtet auf maßstabsgetreue Umrechnung!

Überlegung (Beispiel): Bestimmt die Höhe des größten Rechtecks! Die Höhe soll z.B. 10 cm sein. Mit der größten Häufigkeit tritt Kaffee mit 161 Nennungen auf. Eine Person berechnet sich daher aus **10 cm/161.**
Die einzelnen Höhen berechnen sich demnach aus der Höhe für eine Person multipliziert mit der Anzahl der gesamten Personen.

Kaffee	**Coca-Cola**	**Fanta**	**Sprite**	**Tee**
161	79	52	28	71
Höhe:	**Höhe:**	**Höhe:**	**Höhe:**	**Höhe:**

Milch	**Saft**	**Sonstiges**
37	142	55
Höhe:	**Höhe:**	**Höhe:**

Diagramm:



Mögliche Lösung

Gruppe 1: Säulen- oder Stabdiagramm

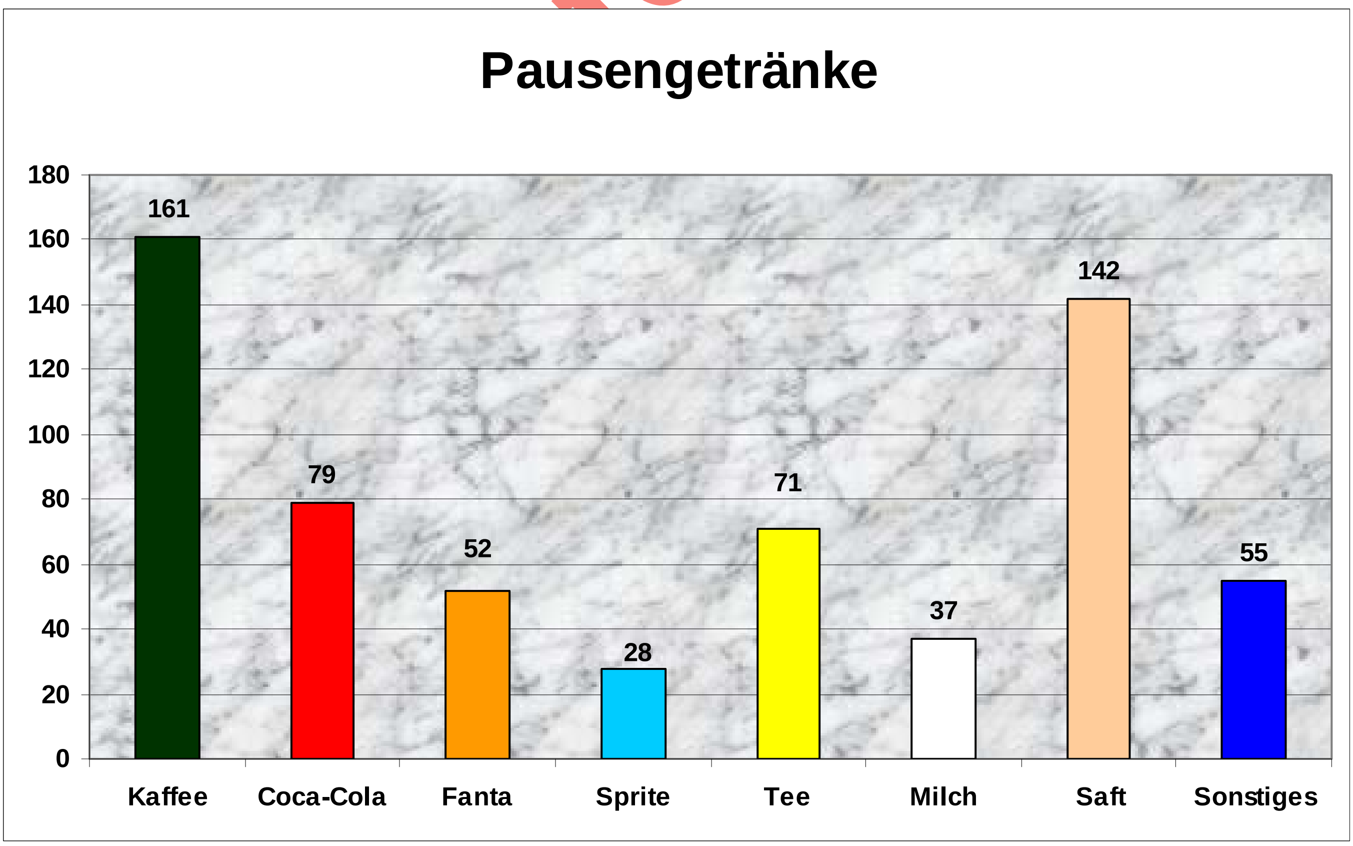
Mit einem Säulen- oder Stabdiagramm werden oft die absoluten Häufigkeiten dargestellt. Die grafische Darstellung erfolgt mithilfe von beliebig breiten Rechtecken (die Höhe hängt von der absoluten Häufigkeit der Merkmalswerte ab!).
Achtet auf maßstabsgetreue Umrechnung!

Überlegung (Beispiel): Bestimmt die Höhe des größten Rechtecks! Die Höhe soll z.B. 10 cm sein. Mit der größten Häufigkeit tritt Kaffee mit 161 Nennungen auf. Eine Person berechnet sich daher **10 cm/161.**
Die einzelnen Höhen berechnen sich demnach aus der Höhe für eine Person multipliziert mit der Anzahl der gesamten Personen.

Kaffee	Coca-Cola	Fanta	Sprite	Tee
161	79	52	28	71
Höhe: 10 cm	**Höhe: 4,9 cm**	**Höhe: 3,2 cm**	**Höhe: 1,7 cm**	**Höhe: 4,4 cm**

Milch	Saft	Sonstiges
37	142	55
Höhe: 2,3 cm	**Höhe: 8,8 cm**	**Höhe: 3,4 cm**

Diagramm:



Gruppe 2: Blockdiagramm

Mit einem Blockdiagramm werden häufig die relativen Häufigkeiten dargestellt.
Die Darstellung erfolgt mithilfe eines Rechtecks, dessen Länge von der Gesamtanzahl der Merkmalswerte abhängt.
Die Gesamtlänge entspricht 625 Werten. Wenn du als Gesamtlänge zum Beispiel 14 cm nimmst, entspricht 14 /625 cm der Länge für einen Wert.

Beispiel für den Kaffee: 14/625 · 161 = 3,6 cm

Kaffee	**Coca-Cola**	**Fanta**	**Sprite**	**Tee**
161	79	52	28	71
Länge:	**Länge:**	**Länge:**	**Länge:**	**Länge:**

Milch	**Saft**	**Sonstiges**
37	142	55
Länge:	**Länge:**	**Länge:**

Blockdiagramm:

Mögliche Lösung

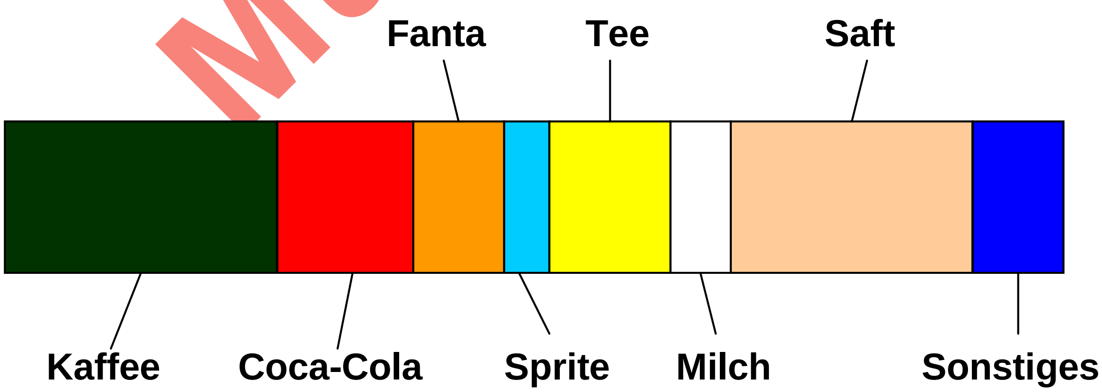
Gruppe 2: Blockdiagramm

Mit einem Blockdiagramm werden häufig die relativen Häufigkeiten dargestellt.
Die Darstellung erfolgt mithilfe eines Rechtecks, dessen Länge von der Gesamtanzahl der Merkmalswerte abhängt.
Die Gesamtlänge entspricht 625 Werten. Wenn du als Gesamtlänge zum Beispiel 14 cm nimmst, entspricht 14 /625 cm der Länge für einen Wert.
Beispiel für den Kaffee: 14/625 · 161 = 3,6 cm

Kaffee	Coca-Cola	Fanta	Sprite	Tee
161	79	52	28	71
Länge: 3,6 cm	**Länge: 1,8 cm**	**Länge: 1,2 cm**	**Länge: 0,6 cm**	**Länge: 1,6 cm**

Milch	Saft	Sonstiges
37	142	55
Länge: 0,8 cm	**Länge: 3,2 cm**	**Länge: 1,2 cm**

Blockdiagramm:



Gruppe 3: Piktogramm

Mit einem Kreisdiagramm werden oft **die absoluten Häufigkeiten** dargestellt.
Ein Bild steht für eine bestimmte Anzahl von Ereignissen.
z.B. 161 Personen trinken Kaffee. Man zeichnet für 25 Personen jeweils eine Tasse (T). 

Kaffee	**Coca-Cola**	**Fanta**	**Sprite**	**Tee**
161	79	52	28	71
Anzahl:	**Anzahl:**	**Anzahl:**	**Anzahl:**	**Anzahl:**

Milch	**Saft**	**Sonstiges**
37	142	55
Anzahl:	**Anzahl:**	**Anzahl:**

Piktogramm:

Kaffee:

Coca-Cola:

Fanta:

Sprite:

Tee:

Milch:

Saft:

Sonstiges:

Mögliche Lösung

Gruppe 3: Piktogramm

Mit einem Kreisdiagramm werden oft **die absoluten Häufigkeiten** dargestellt.
Ein Bild steht für eine bestimmte Anzahl von Ereignissen.
z.B. 161 Personen trinken Kaffee. Man zeichnet für 25 Personen jeweils eine Tasse (T).

Kaffee	Coca-Cola	Fanta	Sprite	Tee
161	79	52	28	71
Anzahl: 6,4 T	**Anzahl: 3,2 T**	**Anzahl: 2,1 T**	**Anzahl: 1,1 T**	**Anzahl: 2,8 T**

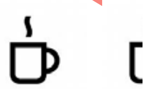
Milch	Saft	Sonstiges
37	142	55
Anzahl: 1,5 T	**Anzahl: 5,7 T**	**Anzahl: 2,2 T**

Piktogramm:

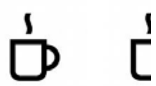
Kaffee: 

Coca-Cola: 

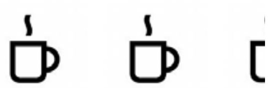
Fanta: 

Sprite: 

Tee: 

Milch: 

Saft: 

Sonstiges: 

Gruppe 4: Kreisdiagramm

Mit einem Kreisdiagramm werden oft **die relativen Häufigkeiten** dargestellt.
Man zeichnet einen Kreis mit einem beliebigen Radius. Die Häufigkeiten werden durch Kreissektoren dargestellt, deren Größe durch den Zentriwinkel bestimmt wird.
Da 625 Personen befragt wurden, entspricht einer Person ein Zentriwinkel von $\acute{\alpha}$ = **(360/625)°**.
Achtet auf maßstabsgetreue Umrechnung!

Kaffee	**Coca-Cola**	**Fanta**	**Sprite**	**Tee**
161	79	52	28	71
Winkel:	**Winkel:**	**Winkel:**	**Winkel:**	**Winkel:**

Milch	**Saft**	**Sonstiges**
37	142	55
Winkel:	**Winkel:**	**Winkel:**

Diagramm:

Mögliche Lösung

Gruppe 4: Kreisdiagramm

Mit einem Kreisdiagramm werden oft **die relativen Häufigkeiten** dargestellt.
Man zeichnet einen Kreis mit einem beliebigen Radius. Die Häufigkeiten werden durch Kreissektoren dargestellt, deren Größe durch den Zentriwinkel bestimmt wird.
Da 625 Personen befragt wurden, entspricht einer Person ein Zentriwinkel von α = **(360/625)°**.
Achtet auf maßstabsgetreue Umrechnung!

Kaffee	Coca-Cola	Fanta	Sprite	Tee
161	79	52	28	71
Winkel: 92,7°	**Winkel: 45,5°**	**Winkel: 30°**	**Winkel: 16,1°**	**Winkel: 40,9°**

Milch	Saft	Sonstiges
37	142	55
Winkel: 21,3°	**Winkel: 81,8°**	**Winkel: 31,7°**